

Clasa a X-a - Etapa I - Problema 2

Enunț. a) Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Definim șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ prin relația $x_n = f(n)$. Demonstrați că șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este nemărginit;

b) Fie $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ o progresie aritmetică. Știind că șirul $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este mărginit, determinați rația progresiei.

Soluție. a) Se demonstrează prin reducere la absurd.

b) Fie r rația. Din $y_n = x_0 + nr$ deducem că $y_n = f(n)$, unde $f(x) = rx + x_0$. Dacă $r \neq 0$, obținem că șirul $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este nemărginit. În concluzie $r = 0$. \square