

P3. Un k -minor diagonal al unei matrice $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$ este un minor de forma

$$M_{i_1, i_2, \dots, i_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}(A) = \begin{vmatrix} a_{i_1, i_1} & a_{i_1, i_2} & \cdots & a_{i_1, i_k} \\ a_{i_2, i_1} & a_{i_2, i_2} & \cdots & a_{i_2, i_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i_k, i_1} & a_{i_k, i_2} & \cdots & a_{i_k, i_k} \end{vmatrix},$$

unde $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq \min(m, n)$.

Arătați că pentru orice matrice $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$ și $B \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{C})$ și orice număr natural k , cu $1 \leq k \leq \min(m, n)$, suma tuturor k -minorilor diagonali ai matricei AB este egală cu suma tuturor k -minorilor diagonali ai matricei BA .