Problema 4
Etapa 7
Clasa a IV-a

Problema 4. Dacă unui număr natural n îi aplicăm regula S obţinem numărul $n+16$.

Dacă unui număr natural n îi aplicăm regula D obţinem numărul $n-12$.

Dacă unui număr natural n îi aplicăm regula P obţinem numărul $n\times 5$.

a) Numărului 30 i se aplică succesiv regulile D, P, S conform schemei de mai jos.

$$\boxed{30} \xrightarrow{D} \boxed{a} \xrightarrow{P} \boxed{b} \xrightarrow{S} \boxed{c}$$

Determinaţi numerele naturale a, b şi c.

b) Aplicând succesiv, într-o anumită ordine, cele trei reguli se poate obţine numărul 2023? Fiecare regulă se aplică o singură dată.

* * *

Soluţie: a) Conform schemei, numărul a se obţine din 30 după regula D, adică scăzând 12. Deci $a = 30 - 12$, adică $a = 18$.

Numărul b se obţine din numărul a după regula P. Prin urmare $b = 18 \times 5$, adică $b = 90$.

Numărul c se obţine din numărul b după regula S. Aşadar, $c = 90+16$, adică $c = 106$.

b) Trebuie încercat să găsim o schemă ca cea de mai jos.

$$\boxed{a} \xrightarrow{?} \boxed{b} \xrightarrow{?} \boxed{c} \xrightarrow{?} \boxed{2023}$$

Semnul de întrebare dintre c şi 2023 nu poate fi înlocuit cu regula P. Dacă am pune regula P atunci $c \times 5 = 2023$, ceea ce nu este posibil.

Rămân 2 cazuri:

Cazul I: Înlocuind semnul de întrebare dintre c şi 2023 cu regula S, atunci $c + 16 = 2023$, de unde $c = 2007$.

Semnul de întrebare dintre b şi $c = 2007$ nu poate fi înlocuit cu regula P. Am avea $b \times 5 = 2007$, imposibil.

Înlocuind semnul de întrebare dintre b şi $c = 2007$ cu regula D obţinem $b - 12 = 2007$, de unde $b = 2019$.

Semnul de întrebare dintre a şi $b = 2019$ trebuie înlocuit cu regula P. În acest caz obţinem $a \times 5 = 2019$, ceea ce este imposibil.

În concluzie, cazul I nu este posibil.

Cazul II: Înlocuind semnul de întrebare dintre c şi 2023 cu regula D, atunci $c - 12 = 2023$, de unde $c = 2035$.

Semnul de întrebare dintre b şi $c = 2035$ poate fi înlocuit cu regula P sau S.

Dacă înlocuim cu regula S, atunci $b + 16 = 2035$, de unde $b = 2019$. Ultimul semn de întrebare ar trebui înlocuit cu regula P, dar obţinem $a \times 5 = 2019$, imposibil.

Dacă înlocuim cu regula P, atunci $b \times 5 = 2035$, de unde $b = 407$.

Semnul de întrebare dintre a şi $b = 407$ trebuie înlocuit cu regula S. În acest caz obţinem $a + 16 = 407$, de unde $a = 391$.

Avem, prin urmare

$$\boxed{391} \xrightarrow{S} \boxed{407} \xrightarrow{P} \boxed{2035} \xrightarrow{D} \boxed{2023}$$