Problema nr. 2

Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care numerele $\frac{2x^2-x}{3x-1}$ *şi* $\frac{x}{x^2-4x+3}$ **sunt simultan numere raţionale.**

***

Rezolvare

Constatăm că orice numar raţional diferit de $1, 3$ şi $\frac{1}{3}$ corespunde cerinţei.

Urmărim să determinăm valorile iraţionale ale lui x care corespund cerinţei.

Fie p, q numere raţionale astfel încât $\frac{2x^2-x}{3x-1}=p$ *şi* $\frac{x}{x^2-4x+3}=\frac{1}{q}, q\neq 0$

Din relaţiile anterioare , eliminandu-l pe x^2, ajungem la $7x-6=x(3p-2q)-p$, unde $x\in R\setminus Q,\ iar\ \ p,q\in Q$.

Obţinem $p=6, q=\frac{11}{2}$ .Atunci x verifică relaţia $2x^2-19x+6=0$, având soluţiile iraţionale x_1, x_2.

Aşadar numerele reale pentru care numerele $\frac{2x^2-x}{3x-1}$ *şi* $\frac{x}{x^2-4x+3}$ sunt simultan numere raţionale sunt elementele mulţimii $Q\setminus\left\{1,3,\frac{1}{3}\right\}\cup\{x_1,x_2\}$.