

Problema 2. Suma a trei numere naturale nenule este 13. Știind că suma dintre primul număr mărit de patru ori și al doilea număr este egală cu suma dintre dublul celui de-al treilea număr și 4, aflați cele trei numere.

* * *

Soluție: Notăm numerele cu a , b și c . Avem

$$a + b + c = 13 \quad (1)$$

și

$$4 \times a + b = 2 \times c + 4 \quad (2)$$

Din (2) deducem că b este un număr par, mai mic decât 13 (din (1)).

Pentru $b = 2$ relațiile (1) și (2) se scriu

$$a + c = 11$$

și

$$2 \times a = c + 1$$

Din a doua relație $c = 2 \times a - 1$ și înlocuind în cealaltă relație obținem $a + 2 \times a - 1 = 11$ sau $3 \times a = 12$, de unde $a = 4$ și $c = 7$.

Pentru $b = 4$ relațiile (1) și (2) se scriu

$$a + c = 9$$

și

$$2 \times a = c$$

Înlocuind în prima relație pe c obținem

$$a + 2 \times a = 9$$

de unde $a = 3$ și $c = 6$.

Pentru $b = 6$ relațiile (1) și (2) se scriu

$$a + c = 7$$

și

$$2 \times a + 1 = c$$

Din cele două relații obținem $a = 2$ și $c = 5$.

Pentru $b = 8$ relațiile (1) și (2) se scriu

$$a + c = 5$$

și

$$2 \times a + 2 = c$$

Din cele două relații obținem $a = 1$ și $c = 4$.

Pentru $b = 10$ relațiile (1) și (2) se scriu

$$a + c = 3$$

și

$$2 \times a + 3 = c$$

Din cele două relații obținem $a = 0$ și $c = 3$, care nu convin (numerele erau nenule).

Pentru $b = 12$ relațiile (1) și (2) se scriu

$$a + c = 1$$

și

$$2 \times a + 4 = c$$

Din prima relație $c \leq 1$, iar din a doua $c \geq 4$, așadar nu avem soluție.