P1. Fie $d \in \mathbb{N}^*$ un număr liber de pătrate, iar $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$ o matrice cu proprietatea că $A^2 - dI_2 = 0_2$. Aflaţi valoarea determinantului $det(A)$.

R: Fie $P = X^2 - d \in \mathbb{Q}[X]$. Deoarece P este ireductibil în $\mathbb{Q}[X]$ şi $P(A) = 0_2$, P este polinomul minimal al matricei $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$. Dacă $p_A \in \mathbb{Q}[X]$ este polinomul caracteristic al matricei A, cum $grad(P) = 2 = grad(p_A)$ şi $P|p_A$, rezultă că $P = p_A$. Dar atunci $det(A) = P(0) = -d$.