

P4. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un șir strict crescător de numere naturale nenule. Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ șirul definit prin

$$x_n = 1 + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

Arătați că

- Șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este convergent.
- Dacă $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, atunci $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $\alpha \leq e$.