

P1. a) Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ există polinoamele $T_n, U_n, V_n, W_n \in \mathbb{Z}[X]$, cu proprietatea că

$$\cos(nx) = T_n(\cos(x)), \quad \sin(nx) = \sin(x) \cdot U_n(\cos(x)), \quad (\forall)x \in \mathbb{R},$$

$$\operatorname{ch}(nx) = V_n(\operatorname{ch}(x)), \quad \operatorname{sh}(nx) = \operatorname{sh}(x) \cdot W_n(\operatorname{ch}(x)), \quad (\forall)x \in \mathbb{R}.$$

b) Arătați că $T_n = V_n$ și $U_n = W_n$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.