JOCURI

Lecția se adresează elevilor claselor a V-a si a VI-a

Popescu Bianca Maria

Scoala Gimnaziala nr. 150, Bucuresti

Majoritatea jocurilor se desfășoară în "mutări" - primul jucător schimbă starea jocului conform regulilor, apoi al doilea, din nou primul și așa mai departe. Când se îndeplinește o condiție prevăzută în enunț sau un jucător nu mai poate muta, jocul se termină.

Considerăm A si B doi jucători care fac pe rând câte o mutare, aceștia jucând un joc care nu se poate termina remiză.

Fie:

- M - mulțimea mutărilor permise;
- S - mulțimea tuturor situaților;
- P - mulțimea pozițiilor pierzătoare;
- C - mulțimea pozițiilor câstigătoare.

=> $S = P \cup C$

$P \cap C = \emptyset$

În această problemă trebuie să se recunoască mulțimea C.

Una din strategiile de rezolvare a acestei probleme este:

Îl împărțim pe S în grupe de câte 2 elemente, astfel încât să existe o mutare de la primul element al grupei la al doilea. Când adversarul ocupă un element al grupei, eu trebuie să completez grupa ocupând-ul pe al doilea. Astfel, adversarul va rămâne fără mutari și eu voi castiga. Dacă la inceput există o poziție care nu se află în nicio grupă, atunci trebuie sa încep prin a o ocupa.

Probleme propuse

1. A anunța o cifră, apoi B așează cifra într-una din casuțele libere ale tabelului de mai jos, până cand se aleg toate cele 8 cifre. A vrea să obțină o diferență cât mai mare, iar B una cât mai mică (eventual negativă). Demostrați că A poate anunța cifrele astfel încât diferența să fie cel puțin 4000, iar B poate așeza cifrele astfel încât diferența să fie cel mult 4000.

Soluție:

Strategia lui B. După cum A începe cu a = 0, 1, 2, 3, 4 sau b = 5, 6, 7, 8, 9, B așează cifra pe prima poziție $\left(\begin{smallmatrix} a \\ * \end{smallmatrix}\right)$ sau $\left(\begin{smallmatrix} * \\ b \end{smallmatrix}\right)$. Cifrele următoare le așează dupa *a* dacă sunt 0, respectiv dupa *b* dacă sunt 9, sau sub *a*, respectiv deasupra lui *b*, în caz contrar.

Strategia lui A. Considerăm că, inițial, descăzutul D și scăzatorul S sunt nule. La început, cât timp nu a fost așezată nici o cifră pe prima poziție, A anuntă 5 dacă D ≤ S și 4 în caz contrar. Este ușor de văzut că în acest fel, în momentul în care B asează 4 sau 5 pe prima poziție, A își atinge scopul folosind până la sfârșit doar cifra 0.

2. Avem o tablă n*n. Doi jucători, roșu și negru, aleg, pe rand, o linie sau o coloană ce n-a fost încă aleasă și colorează toate câmpurile din ea în culoarea sa. Câștigă cel ce are mai multe câmpuri de culoarea sa după ce nu mai rămân linii sau coloane. Cine câstigă la un joc corect?

<u>Soluție:</u>

Al doilea câștigă urmând urmatoarea strategie a simetriei: dacă primul alege linia i, al doilea alege coloana i si invers. Deci, dacă primul a colorat campul (i,j) în roșu, al doilea a colorat câmpul (j, i) în negru. Astfel, al doilea a colorat în negru cel putin tot atâtea câmpuri câte a colorat primul în roșu. Pe de altă parte, al doilea a colorat în negru toate câmpurile de pe diagonală, deci el câstigă.

3. Avem două grămezi cu bomboane. Într-una se află 20 de bomboane, iar în cealaltă, 21. O miscare constă din a mânca una (o bomboană) din grămezi și din a împărți cealaltă gramadă în alte două grămezi nevide, nu neaparat egale. Pierde cel care nu poate face mișcarea. Cine câștigă?

<u>Soluție:</u>

Castigă primul jucător. Câștigătoare sunt pozițiile în care *după mutare rămân* două grămezi impare. Prima mișcare este să mănânce din gramada cu 21 de bomboane și să împartă cu 20 de bomboane în oricare două gramezi cu număr impar de bomboane.

Bibliografie:

1. Iurie Boreico, Marcel Teleuca, Invarianti si jocuri, Editura GIL

2. Arthur Engel, Probleme de matematica: strategii de rezolvare, Editura GIL