

Problema 4. Scriem 1012 numere naturale nenule mai mici decât 2024. Arătați că printre numerele scrise există un număr egal cu 1012 sau două numere a căror sumă este 2024.

* * *

Soluție: Fie a și b două numere naturale mai mici decât 2024 având suma 2024, adică $a + b = 2024$.

Există 1011 posibilități de a scrie această sumă (de la $1 + 2023$ până la $1011 + 1013$).

Când scriem cele 1012 numere, cea mai defavorabilă alegere ar fi să scriem toate numerele de la 1 până la 1011. Avem astfel 1011 numere. Următorul număr poate fi 1012 sau un număr de la 1013 până la 2023.

Dacă am scris 1012 problema e rezolvată (există un număr egal cu 1012).

Dacă am scris un număr de la 1013 până la 2023, atunci avem deja scris un număr care adunat cu el dă 2024 (vezi posibilitățile de a scrie $a + b = 2024$).