

**Etapa 3, Problema 1**

Determinați toate numerele reale  $x > \frac{1}{2}$  care sunt soluții ale ecuației

$$2^{x^2} - 2^{2x-1} = \lg \frac{2x-1}{x^2}.$$

\*\*\*

**Soluție.**

Egalitatea din enunț este echivalentă cu

$$2^{x^2} + \lg x^2 = 2^{2x-1} + \lg(2x-1),$$

adică

$$f(x^2) = f(2x-1),$$

unde

$$f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x + \lg x.$$

Funcția  $f$  este strict crescătoare, deci injectivă. Rezultă că  $x^2 = 2x-1$ , deci  $x = 1$  este singura soluție a ecuației date.