Problema 2. Aflaţi câte numere naturale cu 2015 cifre au proprietatea că produsul oricăror două cifre alăturate este 20 sau 15.

Mihai Bunget, Tîrgu Jiu

Soluție:

Notăm cu x numerele naturale cu proprietatea precizată în enunț; iar cu a_n, cifra de pe locul n al numărului;

$x=\overline{a_1a_2a_3\ldots a_{2015}}$;

$a_n\cdot a_{n+1}\in\{15,20\}$, unde $n+1\leq 2015\Rightarrow n\leq 2014$, iar a_n și a_{n+1} sunt cifre;

Din: $a_n\cdot a_{n+1}\in\{15,20\}$ avem valorile:

a_n	3	5	4	5
a_{n+1}	5	3	5	4

$\Rightarrow$ avem cazurile:

caz. 1: numerele plasate pe pozițiile pare sunt egale cu 5, adică $a_{2k}=5$, $k\leq 1007\Rightarrow$ $\Rightarrow\{a_1,a_3,a_5,\ldots,a_{2015}\}\in\{3,4\}$, adică fiecare element al primei mulțimi poate fi 3 sau 4 $\Rightarrow$ din regula produsului avem: $\underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2}_{\text{de }1008\text{ ori}}=2^{1008}$ variante;

caz 2: numerele plasate pe pozițiile impare sunt egale cu 5, adică $a_{2k+1}=5$, $k\leq 1007\Rightarrow\{a_2,a_4,a_6,\ldots,a_{2014}\}\in\{3,4\}$, adică fiecare element al primei mulțimi poate fi 3 sau 4 $\Rightarrow$ din regula produsului avem: $\underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2}_{\text{de }1007\text{ ori}}=2^{1007}$ variante;

Deci, în total avem: $2^{1007}+2^{1008}=2^{1007}+2\cdot2^{1007}=3\cdot2^{1007}$ numere care îndeplinesc condiția dată;

Hanțig Lorena Maria
clasa a V-a
școala gimnazială nr 7,
Borșa-Maramureș