ViitoriOlimpici.ro

Problema 4
Etapa 7
Clasa a V-a

Problema 4. Se consideră fracţiile $\frac{a}{b}$, cu $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $a + b = 2023$. Câte dintre aceste fracţii reprezintă numere naturale?

* * *

Soluţie: Dacă $\frac{a}{b}$ este număr natural, atunci b divide pe a şi $b \leq a$.

Avem $a = b \cdot k$, unde k este număr natural.

Cu aceasta, relaţia $a + b = 2023$ devine $b \cdot k + b = 2023$ sau $b(k + 1) = 2023$, de unde concluzia că b este un divizor al numărului 2023.

Divizorii lui 2023 sunt: 1, 7, 17, 119, 289, 2023.

Din $b \leq a$ obţinem $2b \leq a + b$, adică $2b \leq 2023$, de unde $b \leq 1011$.

În concluzie b poate fi: 1, 7, 17, 119 sau 289 şi deci obţinem 5 fracţii care reprezintă numere naturale.

Obţinem fracţiile $\frac{2022}{1}$, $\frac{2016}{7}$, $\frac{2006}{17}$, $\frac{1904}{119}$, $\frac{1734}{289}$.