Problema 1. Să se rezolve în mulţimea numerelor naturale ecuaţia

$$2^x - 3^y = 1.$$

Soluţie: Dacă $y = 0$ rezultă $x = 1$. Pentru $y \geq 1$ avem $1 + 3^y = 2^x$ şi modulo 3 obţinem că x este par, deci $x = 2u$, cu $u \in \mathbb{N}^*$. Rezultă că

$$3^y = 2^{2u} - 1 = (2^u - 1)(2^u + 1),$$

deci $2^u - 1 = 3^a$, $2^u + 1 = 3^b$, cu $a < b$ şi $a + b = y$.

Scazând ultimele două relaţii obţinem

$$3^b - 3^a = 2 \Leftrightarrow 3^a(3^{b-a} - 1) = 2,$$

şi prin urmare $a = 0$, $b = y$.

Deci $3^y - 1 = 2$, de unde $y = 1$, $u = 1$ şi $x = 2$.

Aşadar $(x; y) \in \{(1; 0); (2; 1)\}$.