

**Problema 2.** Arătați că nu există numere naturale  $n$  astfel încât să avem

$$1! + 2! + 3! + \dots + n! = 2^{2024},$$

unde  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ .

*Nicolae Ivășchescu, Canada*

**Soluție:** Dacă  $n = 4$  avem

$$1! + 2! + 3! + 4! = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 33 < 64 = 2^6 < 2^{2024}.$$

Dacă  $n \geq 5$ , atunci  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n$  și deci ultima cifră a lui  $n!$  va fi 0.

Deducem că, pentru  $n \geq 5$ , ultima cifră a lui  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  este 3, adică  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  este un număr impar.

Dar  $2^{2024}$  este un număr par, prin urmare egalitatea nu poate avea loc.