

P2. a) Determinați funcția derivabilă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu proprietatea că $f(0) = 0$ și

$$(e^x + x^2 \cdot e^{-x})f'(x) = (1 - x)(1 + f^2(x)), \quad (\forall)x \in \mathbb{R}.$$

b) Dacă $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva lui f cu proprietatea că $g(0) = -1$, arătați că $g'' + 2g' + g = 0$.

c) Pentru $n \geq 3$ calculați determinantul

$$\begin{vmatrix} f(x) & f'(x) & \dots & f^{(n-1)}(x) \\ f'(x) & f''(x) & \dots & f^{(n)}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f^{(n-1)}(x) & f^{(n)}(x) & \dots & f^{(2n-2)}(x) \end{vmatrix}.$$