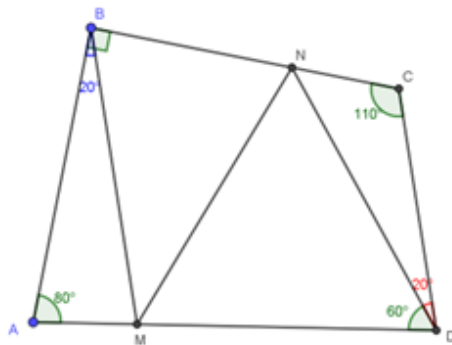


Problema 4. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$ în care se cunosc $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ și $\sphericalangle BAD = \sphericalangle ADC = 80^\circ$. Pe laturile BC și AD ale patrulaterului se consideră punctele N , respectiv M astfel încât $\sphericalangle CDN = \sphericalangle ABM = 20^\circ$. Determinați măsura unghiului MNB știind că $MD = AB$.

Baraj Bulgaria

Soluție



Se găsesc ușor $\sphericalangle BCD = 110^\circ$, $\sphericalangle BMA = 80^\circ$ și $\sphericalangle MDN = 60^\circ$. Astfel triunghiul BAM este isoscel cu $BM = BA = MD$ iar $\sphericalangle BMD = 100^\circ$.

Considerăm triunghiul echilateral MDP cu P și N de aceeași parte a dreptei AD .

Triunghiul MBP este isoscel având $MP = MB (= MD)$ și în plus $\sphericalangle BMP = \sphericalangle BMD - \sphericalangle PMD = 40^\circ$, deci $\sphericalangle MPB = \frac{180^\circ - \sphericalangle BMP}{2} = 70^\circ$. Deoarece $\sphericalangle MBC = \sphericalangle ABC - \sphericalangle ABM = 70^\circ$ rezultă $\sphericalangle MBN = \sphericalangle MBP$ ceea ce arată că $P \in (BC)$.

Deoarece $\sphericalangle CDP = \sphericalangle CDM - \sphericalangle PDM = 20^\circ = \sphericalangle CDN$ rezultă că punctele N și P coincid.

Astfel $\sphericalangle MNB = \sphericalangle MPB = 70^\circ$.