Arătaţi că, oricare ar fi numărul natural n, printre numerele n, $n+1$, $n+2$, $\ldots$, $2n$ se găseşte cel puţin un pătrat perfect.

* * *

Soluţie:
Presupunem că ar exista un număr natural n pentru care printre numerele n, $n+1$, $n+2$, $\ldots$, $2n$ nu s-ar găsi niciun pătrat perfect. Atunci toate aceste numere s-ar afla între două pătrate perfecte consecutive, adică am avea $k^2 < n < n+1 < \ldots < 2n < (k+1)^2$, adică $n \geq k^2+1$ şi $2n \leq (k+1)^2-1$. Ar rezulta că $2k^2+2 \leq 2n \leq k^2+2k$, adică am avea $k^2+2 \leq 2k$. Dar $k^2+2-2k = (k-1)^2+1 > 0$, prin urmare am ajuns la o contradicţie, deci presupunerea făcută este falsă.