

**Etapa 2, Problema 1**

Dacă  $a, b, c \in \mathbb{N}$ ,  $a, b, c \geq 2$ , sunt lungimile laturilor unui triunghi, arătați că  $\lg a$ ,  $\lg b$  și  $\lg c$  sunt lungimile laturilor unui triunghi.

*Nicușor Minculete*

**Soluție.**

Dacă  $a, b, c$  sunt lungimile laturilor unui triunghi dacă și numai dacă  $a + b > c$ ,  $b + c > a$ ,  $a + c > b$ .

Presupunem prin absurd că  $\lg a$ ,  $\lg b$  și  $\lg c$  nu sunt lungimile laturilor unui triunghi, ceea ce înseamnă că

$$\lg a + \lg b \leq \lg c \text{ sau } \lg b + \lg c \leq \lg a \text{ sau } \lg c + \lg a \leq \lg b.$$

Fie  $\lg a + \lg b \leq \lg c$ ; obținem că  $ab \leq c < a + b$ , deci  $ab - a - b < 0$ , de unde  $(a-1)(b-1) < 1$ . Însă, deoarece  $a \geq 2$ ,  $b \geq 2$ , avem că  $(a-1)(b-1) \geq 1$ . Contradicția la care am ajuns arată că  $\lg a$ ,  $\lg b$  și  $\lg c$  sunt lungimile laturilor unui triunghi.