

**Problema 3.** Numărul natural  $n$ , scris în baza 10, are suma cifrelor egală cu 2009. Determinați suma cifrelor numărului  $n + 7$ . (Găsiți toate posibilitățile!)

*Gabriel Popa, Iași Soluție.*

Cum  $2009 = M_9 + 2$ , înseamnă că  $n = M_9 + 2$ . Rezultă  $n + 7 = M_9$ , prin urmare suma cifrelor lui  $n + 7$  se divide cu 9. Dacă cifra unităților lui  $n$  este 0, 1 sau 2 atunci, adunând 7 nu se trece peste ordin și suma cifrelor lui  $n + 7$  este 2016. Dacă cifra unităților lui  $n$  este mai mare sau egală cu 3, atunci se trece peste ordin și suma cifrelor lui  $n + 7$  va fi mai mică decât suma cifrelor lui  $n$ . Cum suma cifrelor lui  $n + 7$  este multiplu de 9 rezultă că ea poate lua orice valoare din mulțimea  $\{9, 18, 27, \dots, 9k, \dots, 2007\}$ . Toate aceste valori pot fi luate efectiv; gândiți-vă la numerele:

$$\underbrace{899\dots93}_{222\text{ori}}, \quad \underbrace{9899\dots93}_{221\text{ori}}, \quad \underbrace{99899\dots93}_{220\text{ori}}, \quad \dots,$$

$$\underbrace{99\dots983}_{222\text{ori}}.$$