Problema 2. Câte numere naturale de cinci cifre au produsul cifrelor un număr par nenul?

* * *

Soluţie Pentru ca produsul cifrelor să fie un număr par nenul trebuie să avem cel puţin una dintre cifele 2, 4, 6 sau 8.

Vom determina numărul de numere care au produsul cifrelor un număr impar sau 0 şi îl vom scădea din numărul total de numere de cinci cifre.

La un număr natural de cinci cifre cu produsul cifrelor un număr impar, pentru fiecare cifră putem folosi cifrele 1, 3, 5, 7, 9, în total 5 posibilităţi.

Prin urmare, vom avea

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot = 3125$$

de numere care au produsul cifrelor un număr impar.

Determinăm acum numărul de numere care au produsul cifrelor 0. Pentru aceasta, din numărul total de numere de cinci cifre scădem numărul de numere care au produsul cifrelor diferit de 0.

Numărul de numere care au produsul cifrelor diferit de 0 este

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 59049.$$

Numărul tuturor numerelor de cinci cifre este

$$99999 - 10000 + 1 = 90000.$$

Prin urmare, numărul de numere cu produsul cifrelor egal cu 0 este

$$90000 - 59049 = 30951.$$

Rezultă că numărul de numere care au produsul cifrelor un număr par nenul este

$$90000 - (3125 + 30951) = 55924.$$