

Clasa a X-a - Problema 4

Enunț: Fie A o mulțime de numere reale care satisface proprietățile:

a) $1 \in A$;

b) $\sqrt[3]{x} \in A \Rightarrow (1+x) \in A$;

c) $x \in A \Rightarrow \sqrt{x} \in A$.

Demonstrați că $3 \in A$ și $1+2\sqrt{2} \in A$.

Soluție.

Avem $1 \in A \stackrel{b)}{\Rightarrow} 2 \in A \stackrel{c)}{\Rightarrow} \sqrt{2} \in A$. Dar $2 = \sqrt[3]{8} \stackrel{b)}{\Rightarrow} 1+8 = 9 \in A \stackrel{c)}{\Rightarrow} 3 \in A$. Pe de altă parte, $\sqrt{2} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \stackrel{b)}{\Rightarrow} 1+2\sqrt{2} \in A$.