**P2.** Rezolvaţi inecuaţia

$$sin(x)^{sin(x)} > cos(x)^{cos(x)} \ , \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

**R:** Considerăm funcţia $f : (0,1) \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{ln(\sqrt{1-x^2})}{x} = \frac{ln(1-x^2)}{2x}.$$

$f$ este derivabilă, cu derivata $f' : (0,1) \longrightarrow \mathbb{R}$ dată de

$$f'(x) = \frac{1}{2x^2}\left(ln\frac{1}{1-x^2} - \frac{2x^2}{1-x^2}\right).$$

Cum $ln(1+\alpha) \leq \alpha, (\forall)\alpha > -1$, avem că

$$ln\frac{1}{1-x^2} < \frac{1}{1-x^2} - 1 = \frac{x^2}{1-x^2} < \frac{2x^2}{1-x^2}\ , \ (\forall)x \in (0,1),$$

astfel că $f'(x) < 0, (\forall)x \in (0,1)$, şi funcţia $f$ este strict descrescătoare pe $(0,1)$.
Inecuaţia din enunţ se transcrie atunci echivalent:

$$sin(x)^{sin(x)} > cos(x)^{cos(x)} \Longleftrightarrow sin(x) \cdot ln(sin(x)) > cos(x) \cdot ln(cos(x)) \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{ln(\sqrt{1-cos^2(x)})}{cos(x)} > \frac{ln(\sqrt{1-sin^2(x)})}{sin(x)} \Longleftrightarrow f(cos(x)) > f(sin(x)) \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow cos(x) < sin(x) \Longleftrightarrow x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right).$$