

**Etapa 1, Problema 1**

Demonstrați că ecuația

$$a^2x^2 - (2ab - b^2)x - 2b^2 = 0, a, b \in \mathbb{R}^*$$

are două soluții reale în intervalul  $(-\infty, 3]$ .*Lucia Țene, ONM 1968***Soluție.**

Considerăm funcția de gradul al doilea  $f(x) = a^2x^2 - (2ab - b^2)x - 2b^2$ .  
Observăm că  $f(0) = -2b^2 < 0$ , iar  $f(3) = (3a - b)^2 \geq 0$ , prin urmare există  $x_1 \in (0, 3]$  pentru care  $f(x_1) = 0$ .

Cum funcția  $f$  are un zero real, ea va mai avea și un al doilea zero real  $x_2$ . Întrucât  $x_1x_2 = -\frac{2b^2}{a^2} < 0$ , rezultă că  $x_2 \in (-\infty, 0)$ , de unde concluzia problemei.