



Problema 2. Determinați numerele naturale n pentru care numărul

$$A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n + 2^{2n+1}$$

este pătat perfect.

$$\begin{aligned} \text{PP c\`a } n > 4 \Rightarrow V(A) &= V(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n + 2^{2n+1})^{**} \\ &= V(0 + 2^{2n+1}) = V(2^{2n+1}) \end{aligned}$$

$$2n+1 = 1^4+3 \text{ sau } 1^4+1$$

$$V(2^{2n+1}) = V(2^{1^4+3} \text{ sau } 2^{1^4+1}) = 8 \text{ sau } 2 \Rightarrow V(A) = 8 \text{ sau } 2$$

$$\text{dar } V(p \cdot p) \neq 8 \text{ sau } 2 \Rightarrow n < 5$$

$$\text{I } n=4 \Rightarrow A = 24 + 2^{8+1} = 24 + 2^9 = 536 \neq p \cdot p.$$

$$\text{II } n=3 \Rightarrow A = 6 + 2^7 = 134 \neq p \cdot p.$$

$$\text{III } n=2 \Rightarrow A = 2 + 2^5 = 34 \neq p \cdot p.$$

$$\text{IV } n=1 \Rightarrow A = 1 + 2^3 = 9 = p \cdot p.$$

$$\Rightarrow \text{pt } n=1, A = p \cdot p.$$