Problema 1. Determinaţi toate numerele reale k cu proprietatea că

$$0 \leq a + b - kab \leq 1$$

oricare ar fi $a, b \in [0, 1]$.

* * *

Soluţie:
• Dacă inegalitatea are loc pentru orice $a, b \in [0, 1]$, ea are loc în particular pentru $a = b = 1$, adică $0 \leq 2 - k \leq 1$, de unde $k \in [1, 2]$.
• Reciproc, arătăm că inegalitatea are loc pentru orice $k \in [1, 2]$.
Într-adevăr, dacă $a, b \in [0, 1]$, atunci $a^2 \leq a$, $b^2 \leq b$ şi $(1 - a)(1 - b) \geq 0$, inegalităţi care implică:
$0 \leq (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \leq a - b - 2ab \leq a + b - kab \leq a + b - ab \leq 1$, ultima inegalitate fiind echivalentă cu $(1 - a)(1 - b) \geq 0$.

În concluzie, valorile căutate ale lui k sunt toate cele din intervalul $[1, 2]$.