

**Problema 1.** Se consideră numerele naturale  $x$  cu proprietatea  $2^{38} < x < 3^{26}$  și numerele naturale  $y$  cu proprietatea  $3^{25} < y < 2^{42}$ . Care sunt mai multe, numerele  $x$  sau numerele  $y$ ?

*Nicolae Stănică, Brăila*

*Soluție.* Numărul numerelor  $x$  este  $3^{26} - 2^{38}$  și numărul numerelor  $y$  este  $2^{42} - 3^{25}$ . Vom arăta că  $3^{26} - 2^{38} < 2^{42} - 3^{25}$  ceea ce revine la  $3^{26} + 3^{25} < 2^{42} + 2^{38}$ . Deoarece  $3^{26} + 3^{25} = 3^{25}(3 + 1) = 3^{25} \cdot 4$  și  $2^{42} + 2^{38} = 2^{38}(2^4 + 1) = 2^{38} \cdot 17$  avem de arătat că  $3^{25} \cdot 2^2 < 2^{38} \cdot 17$ , echivalentă cu  $3^{25} < 2^{36} \cdot 17$  sau  $2^{36} \cdot 17 > 3^{25}$ . Avem succesiv  $2^{36} \cdot 17 > 2^{36} \cdot 16 = 2^{40} = (2^8)^5 = 256^5 > 243^5 = (3^5)^5 = 3^{25}$ . În concluzie sunt mai multe numere  $y$  decât numere  $x$ .