

**Problema 1.** Volumul unui tetraedru  $ABCD$  este  $\frac{1}{6}$ . Determinați  $CD$  știind că  $\angle ACB = 45^\circ$  și

$$AD + BC + \frac{AC}{\sqrt{2}} = 3.$$

Soluție

$$\frac{1}{6} = V_{ABCD} \leq \frac{1}{3} AD \cdot (BC \cdot AC \cdot \sin(\angle ACB)) \Rightarrow AD \cdot BC \cdot \frac{AC}{\sqrt{2}} \geq 1.$$

Pe de altă parte,  $3 \geq AD + BC + \frac{AC}{\sqrt{2}} \geq 3\sqrt[3]{AD \cdot BC \cdot \frac{AC}{\sqrt{2}}} \geq 3$  cu egalitate pentru  $AD = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}}$ ,

deci  $AD \perp (ABC) \Rightarrow DC = \sqrt{3}$ .