Clasa a X-a - Etapa 3 - Problema 4

Enunţ. *Fie* $r \in (0, \infty)$ *un număr real dat şi mulţimea* $A = \{z \in \mathbb{C} | \, |z| = r\}$.

a) *Demonstraţi că există* $a, b \in A$, *distincte, astfel încât* $a + b \in A$;

b) *Deteminaţi toate valorile naturale ale numărului* n, $n \geq 2$, *pentru care putem construi o submulţime* S *a lui* A, *formată cu* n *elemente diferite, astfel încât oricum am alege două numere diferite* $u, v \in S$ *să avem* $u + v \in A$.

Soluţie. *a*) De exemplu putem alege $a = r$ şi $b = r(\cos 120° + i \sin 120°)$.

b) Pentru $n = 2$ putem lua S ca fiind mulţimea formată din numerele de mai sus. Pentru $n = 3$ putem alege S ca fiind soluţiile ecuaţiei $z^3 = r^3$. Pentru $n \geq 4$ se demonstrează că nu putem construi o astfel de mulţime, folosind eventaul argumente geometrice. ☐