

Clasa a X-a - Problema 3

Enunț: Fie $ABCD$ un patrulater în care laturile opuse nu sunt paralele. Considerăm mulțimea $\Sigma = \{P \text{ din plan} \mid PA + PC = PB + PD\}$.

- a) Demonstrați că mulțimea Σ are cel puțin un element;
- b) Dacă mulțimea Σ are un singur element, notat O , atunci $OA = OB = OC = OD$.

Soluție:

- a) Fie a, b mediatoarele laturilor AB respectiv CD . Fie $a \cap b = \{P\}$. Atunci $PA = PB$ și $PC = PD$, deci $P \in \Sigma$, care astfel este nevidă.
- b) Dacă c, d sunt mediatoarele lui AD și BC și $c \cap d = \{Q\}$ atunci deducem că $Q \in \Sigma$, deci și concluzia.