

Etapa 1, Problema 2

Se consideră numerele reale pozitive a, b, c și funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pentru numerele reale u, v și w astfel încât $0 \leq u < v < w$, definim punctele $U(u, f(u))$, $V(v, f(v))$ și $W(w, f(w))$. Demonstrați că

$$UW^2 > UV^2 + VW^2.$$

Mihai Monea

Soluție.

Problema se reduce la a demonstra că $\sphericalangle UVW$ este obtuz.

Din faptul că a, b, c sunt pozitive rezultă că, pe intervalul $[0, \infty)$, funcția f este strict crescătoare. Ducem prin V paralele la axele de coordonate, care vor împărți planul în patru cadrane. Punctele U și W se vor afla în cadranele I, respectiv III, ceea ce ne asigură că unghiul $\sphericalangle UVW$ este obtuz.