

P1. Fie $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ două funcții integrabile, cu $Im(f) \subseteq [a, A]$ și $Im(g) \subseteq [b, B]$. Arătați că

$$\int_0^1 f^2(x) dx \cdot \int_0^1 g^2(x) dx \leq \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{AB}{ab}} + \sqrt{\frac{ab}{AB}} \right)^2 \cdot \left(\int_0^1 f(x)g(x) dx \right)^2.$$