

Problema 4. Dispunem de cinci vase de capacitate 15 litri fiecare. Aceste vase conțin inițial 1, 2, 3, 4, respectiv 5 litri de apă. Avem voie să dublăm cantitatea de apă aflată într-un vas turnând apă dintr-un alt vas. Care este cea mai mare cantitate de apă care se poate strânge într-un vas repetând operațiunea descrisă mai sus?

Concursul KöMaL, 2005

Soluție:

Inițial toate vasele conțin un număr întreg de litri, deci vom turna un număr întreg de litri, prin urmare vom obține mereu un număr întreg de litri în fiecare vas.

La o operațiune dublăm cantitatea de apă într-un vas și diminuăm cantitatea de apă dintr-un alt vas. Prin niciuna din acestea nu se pot obține 15 litri de apă într-un vas (nici prin dublare, nici prin diminuare).

Așadar, într-un vas putem obține cel mult 14 litri de apă.

Să arătăm acum că se pot cu adevărat obține 14 litri de apă într-un vas. Tabelul următor indică o posibilitate de a obține 14 litri într-un vas descriind situația operație după operație:

după operația	<i>vasul 1</i>	<i>vasul 2</i>	<i>vasul 3</i>	<i>vasul 4</i>	<i>vasul 5</i>
	1	2	3	4	5
1	1	2	3	8	1
2	2	2	3	7	1
3	2	2	2	7	2
4	0	4	2	7	2
5	0	4	0	7	4
6	0	0	0	7	8
7	0	0	0	14	1