

## Clasa a X-a - Etapa 2 - Problema 1

**Enunț.** Demonstrați că mulțimea

$$\mathcal{M} = \left\{ a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1 \right\}$$

este infinită.

*Soluție.* Numărul  $x = 2 + \sqrt{3} \in \mathcal{M}$ . Prin inducție se demonstrează că  $x^n \in \mathcal{M}$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ . Deoarece  $x^1 < x^2 < x^3 < \dots < x^n < x^{n+1} < \dots$ , se obține concluzia.  $\square$