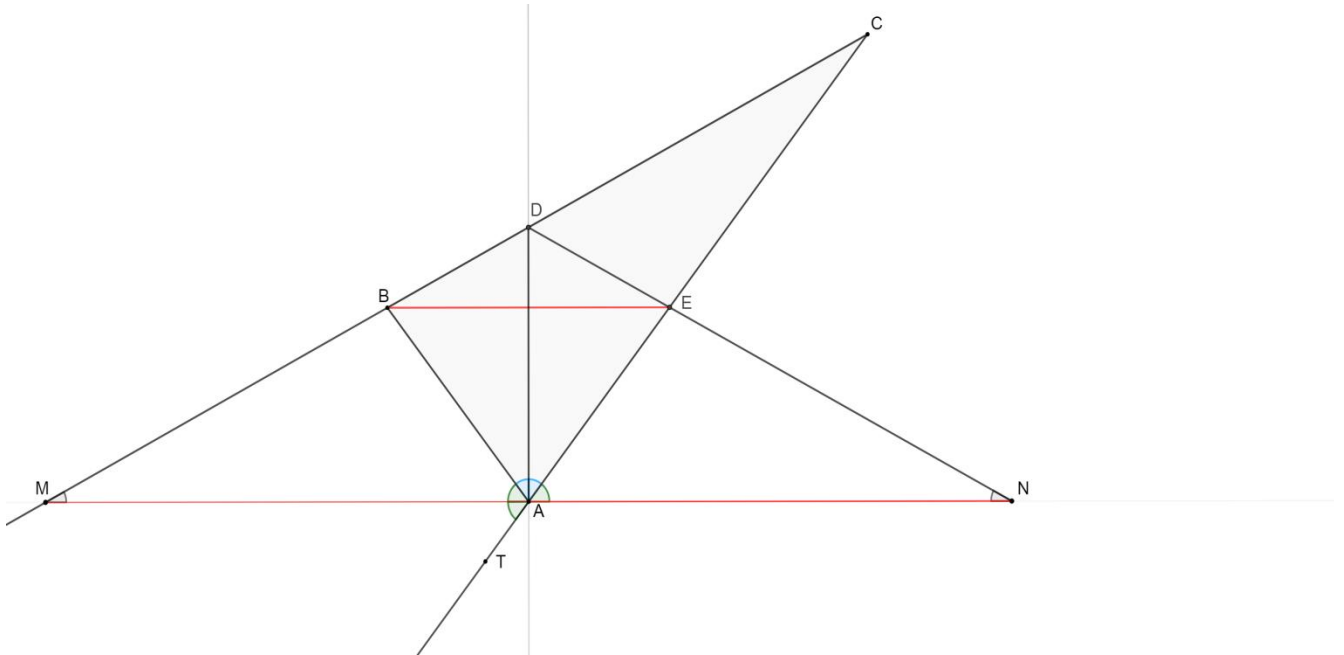


Problema 1

Se consideră triunghiul ABC cu $AB < AC$ și T un punct pe dreapta AC astfel încât A se află între C și T . Bisectoarea unghiului TAB intersectează dreapta BC în M , iar bisectoarea unghiului BAC intersectează latura BC în D . Punctul N este simetricul punctului M față de punctul A și E este intersecția dreptelor AC și DN . Arătați că $BE \parallel MN$.

Gheorghe Iacob, Gazeta Matematică 6-7-8



$$\left. \begin{aligned} m(\sphericalangle BAM) &= m(\sphericalangle MAT) = \frac{m(\sphericalangle BAT)}{2} \\ m(\sphericalangle BAD) &= m(\sphericalangle DAC) = \frac{m(\sphericalangle BAC)}{2} \\ m(\sphericalangle BAT) + m(\sphericalangle BAC) &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow m(\sphericalangle BAM) + m(\sphericalangle BAD) = 90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MAD) = 90^\circ \Rightarrow DA \perp MN \text{ (1)...2 p}$$

$MA = AN \Rightarrow DA$ mediană în $\triangle DMN$ (2). Din (1) și (2) DA mediană și înălțime în $\triangle DMN \Rightarrow \triangle DMN$ isoscel.....**1p**
 $\Rightarrow \sphericalangle DMA \equiv \sphericalangle DNA$; $\sphericalangle MAT \equiv \sphericalangle EAN$ (op.vf) $\Rightarrow \sphericalangle MAB \equiv \sphericalangle EAN$ **1p**

$$\triangle BAM \equiv \triangle EAN \text{ (ULU)} \left\{ \begin{aligned} [MA] &\equiv [NA] \\ \sphericalangle BMA &\equiv \sphericalangle ENA \Rightarrow [BA] \equiv [EA] \Rightarrow \triangle EAB \text{ isoscel.....} \\ \sphericalangle BAM &\equiv \sphericalangle EAN \end{aligned} \right. \text{.....} \mathbf{2p}$$

(AD bisectoarea unghiului EAB în $\triangle EAB$ isoscel $\Rightarrow AD$ înălțime $\Rightarrow AD \perp BE$, dar (1) $AD \perp MN \Rightarrow MN \parallel BE$..**1p**