

Etapa 7, Problema 2

Dacă $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, fie B mulțimea funcțiilor bijective $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$.

Pentru orice funcție $f \in B$, considerăm mulțimea $A_f = \{|i - f(i)| \mid i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$.

a) Demonstrați că $\bigcup_{f \in B} A_f = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$.

b) Dacă $n = 4k + 2$ sau $n = 4k + 3$, $k \in \mathbb{N}$, arătați că $|A_f| \leq n - 1$, oricare ar fi $f \in B$.
