

Problema 4. Determinați numerele de forma \overline{abcd} știind că produsul primelor trei cifre este cel mult egal cu 9, iar produsul ultimelor trei cifre este cel puțin egal cu 81.

Cristina și Mihai Vijdeluc, Baia Mare

Soluție: Din enunț avem $abc \leq 9$ și $bcd \geq 81$.

Înmulțind prima relație cu d și pe a doua cu a obținem $abcd \leq 9d$ și $abcd \geq 81a$. De aici avem $81a \leq abcd \leq 9d$, adică $81a \leq 9d$ sau $9a \leq d$. Obținem $a = 1$ și $d = 9$.

Cu acestea, prima relație devine $bc \leq 9$, iar a doua relație devine $bc \geq 9$, adică $bc = 9$. Sunt posibile cazurile: $b = 1$; $c = 9$, $b = c = 3$ sau $b = 9$; $c = 1$.

Numerele sunt 1199, 1339, 1919.