**Problema 3.** Determinaţi cifrele $a, b, c, d$ pentru care $\overline{ab}^{\overline{c5}} = b^{\overline{d5}}$.

*Eugen Predoiu, Călăraşi*

**Soluţie:** Pentru ca egalitatea să fie adevărată trebuie să existe $k$ număr natural astfel încât $b^k = \overline{ab}$ şi $\overline{d5} = k \cdot \overline{c5}$.

Din prima egalitate deducem că $b \geq 2$.

Din a doua egalitate deducem că numărul $k$ este impar şi mai mare decât 1.

Pentru $k = 3$ avem $\overline{d5} = 3 \cdot \overline{c5}$ şi atunci $c \leq 2$.

Dacă $c = 2$, atunci $\overline{d5} = 75$, deci $d = 7$.

Dacă $c = 1$, atunci $\overline{d5} = 45$, deci $d = 4$.

Din $\overline{ab} = b^3$ deducem că $b \leq 4$.

Pentru $b = 4$ obţinem $\overline{ab} = 64$, deci $a = 6$.

Pentru $b = 3$ obţinem $\overline{ab} = 27$ şi nu avem soluţie.

Pentru $b = 2$ obţinem $\overline{ab} = 8$ şi nu avem soluţie.

Pentru $k = 5$ avem $\overline{d5} = 5 \cdot \overline{c5}$ şi atunci $c = 1$.

Cu aceasta avem $\overline{d5} = 75$, deci $d = 7$.

Din $\overline{ab} = b^5$ deducem că $b = 2$ şi atunci $\overline{ab} = 2^5 = 32$, de unde $a = 3$.

Pentru $k \geq 7$ avem $k \cdot \overline{c5} \geq 105$, deci nu mai sunt soluţii.

Avem soluţiile: $a = 6,\ b = 4,\ c = 2,\ d = 7$ , $a = 6,\ b = 4,\ c = 1,\ d = 4$ şi $a = 3,\ b = 2,\ c = 1,\ d = 7$