

Determinați numerele $a, b, c \geq 0$ care satisfac relația

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{a - b + c}.$$

* * *

Soluție. Ecuația se scrie echivalent $\sqrt{a} + \sqrt{c} = \sqrt{b} + \sqrt{a - b + c}$. Cum ambii membri sunt nenegativi, această ecuație revine prin ridicare la pătrat la ecuația, echivalentă cu cea precedentă, $a + c + 2\sqrt{ac} = b + (a - b + c) + 2\sqrt{b(a - b + c)}$. Această ecuație se mai scrie $\sqrt{ac} = \sqrt{b(a - b + c)}$, sau, după o nouă ridicare la pătrat, $ac = ab - b^2 + bc$, adică $(b - a)(b - c) = 0$. Prin urmare trebuie ca $b - a = 0$ sau $c - a = 0$, deci soluțiile ecuației sunt $a = b \geq 0, c \geq 0$ și $a \geq 0, b = c \geq 0$.