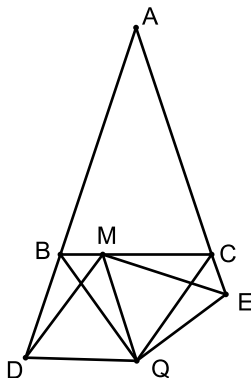


Problema 4. În triunghiul isoscel ABC , ($AB = AC$), pe latura BC se ia un punct arbitrar M . Latura AB se prelungește cu $BD \equiv MC$, iar latura AC se prelungește cu $CE \equiv BM$. Bisectoarele unghiurilor DBC și ECB se intersectează în Q . Arătați că MQ este bisectoarea unghiului DME .

Ion Neață, Slatina



Soluție.

Din $\triangle ABC$ isoscel avem $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ACB$, de unde $\sphericalangle DBC \equiv \sphericalangle ECB$ și atunci, deoarece BD și CE sunt bisectoare, avem $\sphericalangle DBQ \equiv \sphericalangle QBC \equiv \sphericalangle BCQ \equiv \sphericalangle QCE$ (1). Din (1) obținem $BQ \equiv CQ$ (2). Din $\triangle BMD \equiv \triangle CEM$ ($BD \equiv MC$, $BM \equiv CE$ și $\sphericalangle DBM \equiv \sphericalangle MCE$) obținem $DM \equiv ME$ (3). Acum $\triangle QMB \equiv \triangle QEC$ din (1), (2) și $BM \equiv CE$. De aici $QE \equiv QM$ (4). Analog $\triangle DQB \equiv \triangle MQC$ și de aici $DQ \equiv MQ$ (5). Din (4) și (5) rezultă $DQ \equiv EQ$ (6). În sfârșit, din (3), (6) și MQ latură comună rezultă $\triangle DQM \equiv \triangle EQM$, de unde $\sphericalangle DMQ \equiv \sphericalangle CMQ$, adică MQ este bisectoarea unghiului DME .