Problema 2. Fie n număr natural nenul şi $a_1, a_2, ..., a_n$ numere naturale consecutive. Atunci suma $\mathrm{S} = a_1 + a_2 + ... + a_n$ se divide cu n dacă şi numai dacă n este număr impar.

Andrei Paşa, Iaşi

Soluţie Dacă numerele $a_1, a_2, ..., a_n$ sunt consecutive, atunci $a_1 = a + 1$, $a_2 = a + 2$, $\ldots, a_n = a + n$, unde a este număr natural şi $S = na + (1 + 2 + \ldots + n) = na + \dfrac{n(n+1)}{2} = n\left(a + \dfrac{n+1}{2}\right)$.

S se divide cu n dacă şi numai dacă $a + \dfrac{n+1}{2}$ este natural. Cum a este număr natural, $a + \dfrac{n+1}{2}$ este natural dacă şi numai dacă $\dfrac{n+1}{2}$ este natural, adică $\dfrac{n+1}{2} = k$, cu k număr natural, de unde $n = 2k - 1$.