Problema 3. Determinaţi numerele prime x şi y pentru care numărul $A = x^2 + y^2 + xy + 7$ este număr prim.

* * *

Soluție:

Rezolvăm problema folosindu-ne de paritate. Avem 3 cazuri:

C_I: unul dintre numere este par. Considerăm x par. Atunci, y este impar. Deci, $x=2$ (2 fiind singurul număr prim par)

$A = 2^2 + impar^2 + 2y + 7 = 4 + impar + par + 7 = 11 + impar + par$.

$11 + impar + par$ va da un număr par. Pentru că A să fie prim, $A = 2$, ceea ce este imposibil.

C_{II}: ambele numere sunt impare.

$A = impar + impar + impar + 7 = par$. Deci, pentru ca A să fie prim, $A = 2$, ceea ce este imposibil.

C_{III}: ambele numere sunt pare, mai exact egale cu 2.

$A = 2^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 + 7 = 4 + 4 + 4 + 7 = 19$. Deci, $A = 19$. Convine, deoarece numărul 19 este prim.

În concluzie, $x = y = 2$.