

Problemă. Suma a 20 de numere naturale impare este egală cu 398. Arătați că cel puțin două dintre numere sunt egale.

* * *

Soluție Folosim metoda falsei ipoteze. Presupunem că cele 20 de numere sunt diferite. Alegând cele mai mici 20 de numere impare avem

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \dots + 29 + 31 + 33 + 35 + 37 + 39 = 400.$$

Dar suma trebuie să fie 398, adică cu 2 mai mică.

Dacă scădem din două numere câte 1 obținem numere pare, ceea ce nu ne convine.

Dacă scădem 2 dintr-unul dintre numerele de la 1 la 39, atunci el devine egal cu un alt număr.

Așadar, cel puțin două dintre numere sunt egale.