

Spiridon Colim - ETAPA 6 - CLASA A 10-A

Problema 3

Cercul lui Euler este cercul circumscris mijloacelor laturilor $\triangle ABC$. Astfel, avem că N aparține semiplanului determinat de dreapta $N'P'$ care-l conține pe A , PH' linie mijlocie, $PH \parallel BE$.

A se află în exteriorul cercului celor 9 puncte.

Dacă, prin absurd, A este pe cerc sau în interiorul lui, fie A' pe cerc, $A' \in \widehat{P'H}$. $m(\widehat{P'A'N'}) \leq m(\widehat{P'AN'})$.

$AP'HN'$ -paralelogram \Rightarrow

$$\Rightarrow m(\widehat{P'AN'}) = m(\widehat{P'MN'})$$

$$\text{Iar } m(\widehat{P'A'N'}) + m(\widehat{P'MN'}) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 180 \leq 2m(\widehat{P'AN'}) \Rightarrow m(\widehat{P'AN'}) \geq 90^\circ \Rightarrow A \text{ drept sau obtuz} - \text{fals}$$

Cu acestea avem că $N \in (AD)$ unde $\angle \Delta = \angle AMN$.

$$AD = \frac{AM}{2} \text{ și } AN < AD.$$

$$\text{Astfel } 2AN < 2AD = AM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2AN < AM$$

