



Problema 3. Determinați valoarea minimă a numărului natural a pentru care suma resturilor împărțirii numerelor $a, a + 1, a + 2, \dots, a + 2016$ la 2016 este $2015 \cdot 1009$.

Mihai Bunget

Soluție:

Avem 2017 nr. nat. consecutive ce dau prin împărțire la 2016 următoarele resturi:

$$r, r+1, r+2, \dots, 2014, 2015, 0, 1, 2, \dots, r-1, r.$$

Suma resturilor este:

$$0 + 1 + 2 + \dots + 2015 + r = 2015 \cdot 1009$$

$$\frac{2015 \cdot 2016}{2} + r = 2015 \cdot 1009$$

$$2015 \cdot 1008 + r = 2015 \cdot 1009$$

$$2015 \cdot 1008 + r = 2015(1008 + 1)$$

$$2015 \cdot 1008 + r = 2015 \cdot 1008 + 2015 \Rightarrow r = 2015$$

Cel mai mic nr. a care prin împărțirea la 2016 dă restul 2015 este 2015.