



Clasa a V-a

Problema 1. Determinați numerele prime a și b știind că

$$a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 = b^{10} + 65.$$

Soluție. Dacă a este par, atunci cum a este prim, obținem că $a = 2$ și $a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 = 124$ **1p**

Din $b^{10} + 65 = 124$ obținem $b^{10} = 59$, ceea ce nu oferă soluții în mulțimea numerelor naturale. **1p**

Prin urmare $a \geq 3$ și, deoarece a este prim, acesta este impar. De aici obținem că $a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$ este număr impar, de unde b^{10} este număr par, adică b este număr par. Dar b este număr prim, deci $b = 2$ **3p**

În acest caz obținem $a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 = 2^{10} + 65$, adică $a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 = 1089$ **1p**

Dacă $a \geq 5$, atunci $a^6 \geq 15625 > 1089$. Prin urmare, unica posibilitate este $a = 3$. Se verifică imediat că $3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = 1089$ **1p**