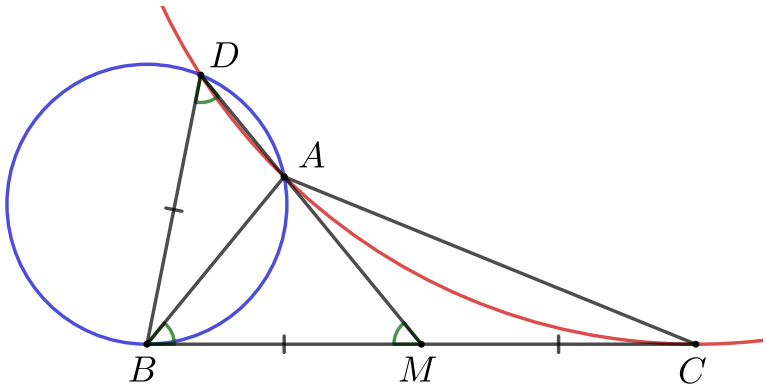
Problema 3. Fie ABC un triunghi. Două cercuri care trec prin A sunt tangente dreptei BC în punctele B, respectiv C. Fie D al doilea punct de intersecţie a celor două cercuri. Dacă A este mai aproape de BC decât D, iar $BC = 2BD$, demonstraţi că $m(\sphericalangle DAB) = 2 \cdot m(\sphericalangle ADB)$.

V. Yassinsky (Concursul Sharygin, 2015)

Soluţie:
Vom folosi o proprietate importantă (vezi prima dintre problemele propuse în cadrul materialului teoretic): dacă două cercuri se intersectează în punctele A şi D, iar BC este una din tangentele comune la cele două cercuri (B şi C fiind punctele de tangenţă), atunci dreapta AD (*axa radicală* a celor două cercuri) trece prin mijlocul lui $[BC]$. Într-adevăr, dacă $\{M\} = AD \cap BC$, scriind puterea punctului M faţă de cele două cercuri, avem $MB^2 = MA \cdot MD = MC^2$.
Folosind acest rezultat, cu notaţia de mai sus, avem $BM = BD$ şi $\sphericalangle ADB \equiv \sphericalangle DMB$. Dar $\sphericalangle ABM \equiv \sphericalangle ADB$ (ambele subîntind arcul AB al cercului tangent în B la BC). Din teorema unghiului exterior rezultă atunci că $m(\sphericalangle DAB) = m(\sphericalangle ABM) + m(\sphericalangle AMB) = 2 \cdot m(\sphericalangle ADB)$.