



**Problema 2.** Determinați valoarea minimă a numărului natural  $a$  pentru care suma resturilor împărțirii numerelor  $a, a+1, a+2, \dots, a+2016$  la 2016 este  $2015 \cdot 1009$ .

Mihai Bunget

Rezolvare:

$a, a+1, a+2, \dots, a+2016$  sunt 2017 nr. consecutive, deci vom avea cele 2016 resturi  $0, 1, 2, 3, \dots, 2015$ , dintre care se va repeta numai unul singur, numai de două ori. Săi ni hotărâm acest rest  $k$ .

Prin urmare resturile sunt  $1, 2, 3, \dots, 2015, 0$  și  $h$ .

Suma lor este  $(0+1+2+\dots+2015) + h = 2015 \cdot 1008 + h$

De asemenea  $2015 \cdot 1008 + h = 2015 \cdot 1009$ .

$$h = 2015 \cdot (1009 - 1008) = 2015$$

Cel 2 nr. dintre  $\{a, a+1, \dots, a+2016\}$  care dau la împ. cu 2016 ca-  
le rest 2015 se află la o distanță de 2015 nr., respectiv cele cu  
resturile  $0, 1, 2, \dots, 2014$  la împ. cu 2016. Deci ele sunt  $a$  și  $a+2015$ .

$$\Rightarrow a = \text{cel}_{2016} + 2015$$

$$a = \min \Rightarrow a = 2015$$