



Problema 2. Suma a trei numere naturale nenule este 13. Știind că suma dintre primul număr mărit de patru ori și al doilea număr este egală cu suma dintre dublul celui de-al treilea număr și 4, aflați cele trei numere.

* * *

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ \underbrace{4x+y}_{\text{par}} = \underbrace{2z+4}_{\text{par}} \Rightarrow y = \text{par} \Rightarrow \underline{y=2t}, t = n \text{ natural} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2t+z=13 \\ 4x+2t=2z+4 \Rightarrow 2(2x+t)=2(z+2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2t+z=13 \\ 2x+t=z+2 \end{cases}$$

le adunăm:

$$x+2t+z+2x+t=13+z+2$$

$$3x+3t+z=z+15$$

$$3(x+t)=15 \Rightarrow x+t=5$$

$$\begin{cases} x+t=5 \\ x+2t+z=13 \Rightarrow z=13-x-2t \end{cases}$$

Cazul 1 $x=1 \Rightarrow t=4 \Rightarrow z=13-1-8=4 \Rightarrow \boxed{x=1, y=8, z=4}$

Cazul 2 $x=2 \Rightarrow t=3 \Rightarrow z=13-2-2 \cdot 3=5 \Rightarrow \boxed{x=2, y=6, z=5}$

Cazul 3 $x=3 \Rightarrow t=2 \Rightarrow z=13-3-4=6 \Rightarrow \boxed{x=3, y=4, z=6}$

Cazul 4 $x=4 \Rightarrow t=1 \Rightarrow z=13-4-2 \cdot 1=7 \Rightarrow \boxed{x=4, y=2, z=7}$

Cazul 5 $x=5 \Rightarrow t=0$ nu merge, $t \neq 0$