

**Problema 1.** *Cu ajutorul a 2012 numere distincte s-au format toate diferențele pozitive posibile între oricare două dintre numerele alese și s-au obținut 2011 rezultate distincte. Să se demonstreze că numerele inițiale, aranjate în ordine crescătoare, formează o progresie aritmetică.*

\*\*\*

Considerăm numerele ordonate crescător astfel :  $a_1 < a_2 < \dots < a_{2012}$ .

Scăzându-l pe  $a_1$  din toate celelalte numere obținem 2011 diferențe distincte, astfel :

$$0 < a_2 - a_1 < a_3 - a_1 < \dots < a_{2012} - a_1.$$

Pe de altă parte, diferențele  $0 < a_3 - a_2 < a_4 - a_2 < \dots < a_{2012} - a_2 < a_{2012} - a_1$  sunt distincte, în număr de 2011, deci coincid cu primele. Așadar, putem obține  $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_{2012} - a_{2011} = r$ , adică numerele  $a_1, a_2, \dots, a_{2012}$  formează o progresie aritmetică.